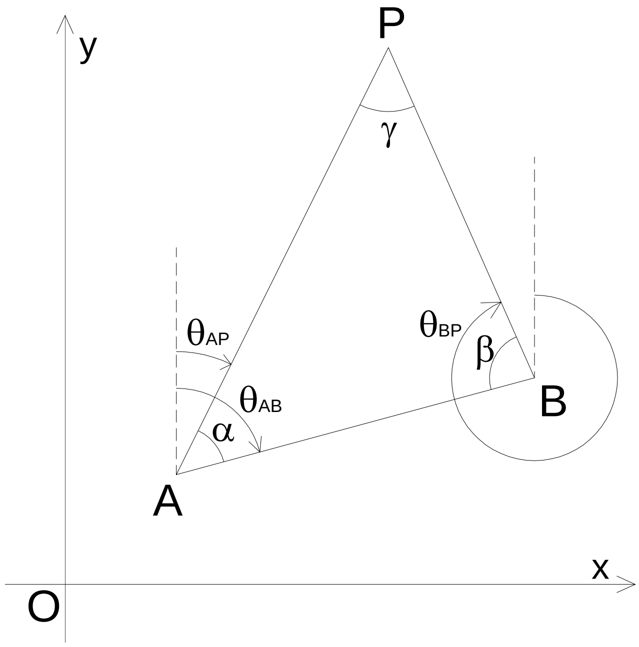
Le Poligonali
ESERCITAZIONE

Esercizio 1 – Intersezione in avanti con misure angolari

L'intersezione in avanti si applica quando si conosce la posizione planimetrica di due punti e si vuole determinare la posizione di un terzo punto, misurando gli angoli orizzontali formati dalla congiungente i punti noti con le direzioni che vanno al punto incognito.



$X_A = 2$ m $\quad X_B = 13$ m
$Y_A = 1$ m $\quad Y_B = 1.5$ m

$\alpha = 53.3108$ g
$\beta = 87.8643$ g

Figura 1 - *Schema di rilievo per intersezione in avanti*

Siano A e B i punti noti attraverso le loro coordinate e sia P il punto incognito; siano α e β gli angoli misurati. Affinché la soluzione del problema sia univocamente determinata occorre che sia noto da quale parte rispetto al segmento AB si trovi il punto P; sia quindi per ipotesi che il punto P si trovi alla sinistra di un osservatore che da A guardi B.

L’angolo γ si ricava per differenza:

$$\gamma = 200 - (\alpha + \beta) = 58.8249^g$$

Note le coordinate di A e B si ricava l’azimut θ_{AB}:

$$\vartheta_{AB} = arctg\left(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_a}\right) = 97.1083^g$$

E quindi l’azimut θ_{AP}:

$$\vartheta_{AP} = \vartheta_{AB} - \alpha = 97.1083 - 53.3108 = 43.7975^g$$

Il lato AB misura:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (x_B - x_A)^2} = 11.0114m$$

Per trovare il lato AP si applica il teorema dei seni

$$\frac{AB}{sen\gamma} = \frac{AP}{sen\beta}$$ da cui

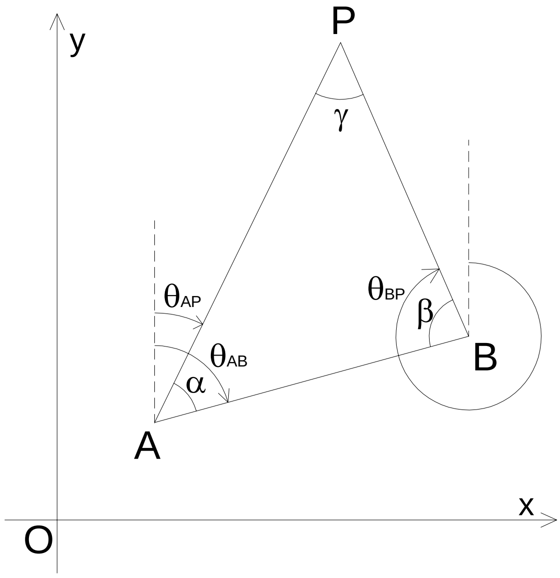
$$AP = AB \cdot \frac{sen\beta}{sen\gamma} = 11.0114 \cdot \frac{0.981886}{0.79803} = 13.5482m$$

Si procede al calcolo della coordinate cartesiane partendo da quelle polari:

$$x_P = x_A + \Delta x_{AP} = x_A + AP \cdot sen\vartheta_{AP} = 2 + 13.5482 \cdot sen 43.7975 = 10.602m$$

$$y_P = y_A + \Delta y_{AP} = y_A + AP \cdot \cos\vartheta_{AP} = 1 + 13.5482 \cdot \cos 43.7975 = 11.466m$$

Esercizio 2 - Intersezione in avanti con misure di distanza



$X_A = 2$ m $\quad X_B = 13$ m

$Y_A = 1$ m $\quad Y_B = 1.5$ m

AP = 12.074 m

BP = 13.073 m

Note le coordinate di A e B si ricava l'azimut θ_{AB}:

$$\vartheta_{AB} = arctg\left(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_a}\right) = 97.1083^g$$

Il lato AB misura:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (x_B - x_A)^2} = 11.0114m$$

Il teorema di Carnet applicato al triangolo ABP assume la forma:

$$BP^2 = AP^2 + AB^2 + 2 \cdot AP \cdot AB \cdot \cos\alpha$$

e nel caso in specie, per determinare l'angolo α, si scrive la:

$$-\cos\alpha = \frac{BP^2 - AP^2 - AB^2}{2 \cdot AP \cdot AB}$$

E si ricava l'angolo:

$$\alpha = -\arccos\left(\frac{170.903^2 - 145.781^2 - 121.242^2}{265.8936}\right) = 76.45308^g$$

Noto l'angolo in A, per propagare le coordinate cartesiane, si ricava l'azimut:

$$\vartheta_{AP} = \vartheta_{AB} - \alpha = 97.1083 - 76.4531 = 20.6552^g$$

Si procede al calcolo della coordinate cartesiane partendo da quelle polari:

$$x_P = x_A + \Delta x_{AP} = x_A + AP \cdot sen\vartheta_{AP} = 2 + 12.074 \cdot sen20.6552 = 5.849m$$

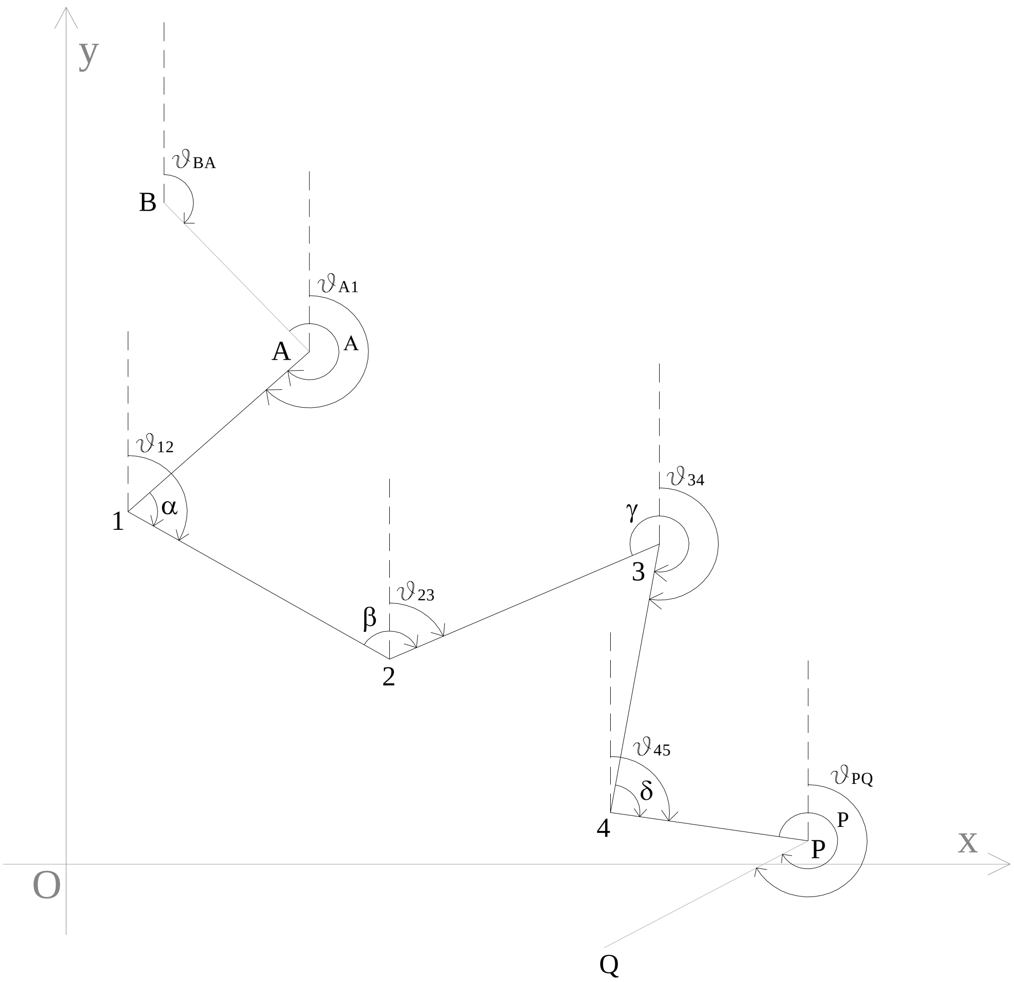
$$y_P = y_A + \Delta y_{AP} = y_A + AP \cdot \cos\vartheta_{AP} = 1 + 12.074 \cdot \cos 20.6552 = 12.444m$$

Esercizio 3 – Poligonale aperta vincolata agli estremi

Assegnati i dati seguenti si effettui la compensazione empirica della poligonale e si calcolino le coordinate compensate dei vertici 1,2,3,4.

$$\begin{cases} X_A = 151.701m \\ Y_A = 581.967m \end{cases} \begin{cases} X_B = 67.756m \\ Y_B = 717.419m \end{cases} \begin{cases} X_P = 561.161m \\ Y_P = 61.733m \end{cases} \begin{cases} X_Q = 369.286m \\ Y_Q = -56.554m \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 299.2885 \\ \alpha = 76.6873 \\ \beta = 140.6304 \\ \gamma = 33.9037 \\ \delta = 106.6409 \\ P = 343.0013 \end{cases} \qquad \begin{cases} d_{A1} = 299.2885m \\ d_{12} = 76.6873m \\ d_{23} = 140.6304m \\ d_{34} = 33.9037m \\ d_{4P} = 106.6409m \\ \Sigma d_i = 1164.250m \end{cases}$$



Si calcolano le direzioni relative ai segmenti di vincolo AB e PQ:

$$\vartheta_{BA} = arctg\left(\frac{x_A - x_B}{y_A - y_B}\right) = 164.6798^g$$

$$\vartheta_{PQ} = arctg\left(\frac{x_Q - x_P}{y_Q - y_P}\right) = 264.8300^g$$

E gli azimut in ciascuno dei vertici:

$$\vartheta_{A1} = \vartheta_{A1} + A - 200^g = 263.9683^g$$

$$\vartheta_{12} = \vartheta_{A1} - 200^g + \alpha = 140.6556^g$$

$$\vartheta_{23} = \vartheta_{12} - 200^g + \beta = 81.2860^g$$

$$\vartheta_{34} = \vartheta_{23} - 200^g + \gamma = 215.1897^g$$

$$\vartheta_{4P} = \vartheta_{34} - 200^g + \delta = 121.8306^g$$

$$\vartheta^I{}_{PQ} = \vartheta_{4P} - 200^g + P = 264.8319^g$$

L'azimut θ_{PQ} calcolato per propagazione differisce dall'omologo calcolato a partire dalle coordinate note della quantità:

$$\Delta = \vartheta^I{}_{PQ} - \vartheta_{PQ} = 264.8319^g - 264.8300^g = 0.0019^g = 19.2^{cc}$$

che costituisce l'errore di chiusura angolare. Esso deve risultare inferiore alla tolleranza t_Δ che è espressa dalla:

$$t_\Delta = \pm 3 \cdot \sigma_\alpha \cdot \sqrt{n} = \pm 3 \cdot 10 \cdot \sqrt{6} = 73.5^{cc}$$

dove n è il numero degli angoli misurati, che in questo caso sono 6, mentre σ_α è lo s.q.m. sulla misura degli angoli, pari a 10^{cc}

L'errore di chiusura angolare viene ripartito in parti uguali su ciascuno di tali angoli.

$$\varepsilon_\alpha = 0.0019^g / 6 = 0.0003^g = 3^{cc}$$

Si apportano le correzioni agli angoli e alle direzioni:

$$\begin{cases} A^* = A - \varepsilon = 299.2882 \\ \alpha^* = 76.6870 \\ \beta^* = 140.6301 \\ \gamma^* = 33.9034 \\ \delta^* = 106.6406 \\ P^* = 343.0010 \end{cases} \qquad \begin{cases} \vartheta^*_{A1} = \vartheta_{A1} + A^* - 200^g = 263.9683^g \\ \vartheta^*_{12} = \vartheta_{A1} - 200^g + \alpha^* = 140.6556^g \\ \vartheta^*_{23} = \vartheta_{12} - 200^g + \beta^* = 81.2860^g \\ \vartheta^*_{34} = \vartheta_{23} - 200^g + \gamma^* = 215.1897^g \\ \vartheta^*_{4P} = \vartheta_{34} - 200^g + \delta^* = 121.8306^g \\ \vartheta^*_{PQ} = \vartheta_{4P} - 200^g + P^* = 264.8319^g \end{cases}$$

Si procede quindi al calcolo delle componenti in coordinate dei lati della poligonale e alle coordinate:

Punto	d senθ* [m]	d cosθ* [m]	X [m]	Y [m]
A			151,701	581,967
1	-141,523	-89,913	10,178	492,054
2	205,076	-152,244	215,253	339,810
3	249,449	75,519	464,702	415,329
4	-71,431	-293,698	393,271	121,631
P	167,902	-59,940	561,173	61,691

Le coordinate calcolate del punto P differiscono da quelle assegnate come dato. La differenza tra la posizione di P calcolata e quella nota è detta "errore di chiusura laterale" Δl:

$$\Delta x = 0.012m$$
$$\Delta y = -0.042m$$

$$\Delta l = \sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y} = 0.044m$$

L'errore è ampiamente inferiore alla tolleranza Δl sia minore della tolleranza sulla chiusura laterale, pari a

$$t_l = p \cdot \sqrt{\sum d_i} = 0.015 \cdot \sqrt{1164.25} = 0.512m$$

Le correzioni unitarie valgono:

$$\mu_x = \frac{\Delta x}{\sum d_i} = 0.0000103 \qquad \mu_y = \frac{\Delta y}{\sum d_i} = -0.0000359$$

E le coordinate compensate:

Punto	(d senθ*) - d μ_x [m]	(d cosθ*) - d μ_y [m]	X [m]	Y [m]
A			151,701	581,967
1	-141,525	-89,907	10,176	492,060
2	205,073	-152,235	215,249	339,825
3	249,446	75,529	464,695	415,354
4	-71,434	-293,687	393,261	121,666
P	167,900	-59,933	561,161	61,733

.