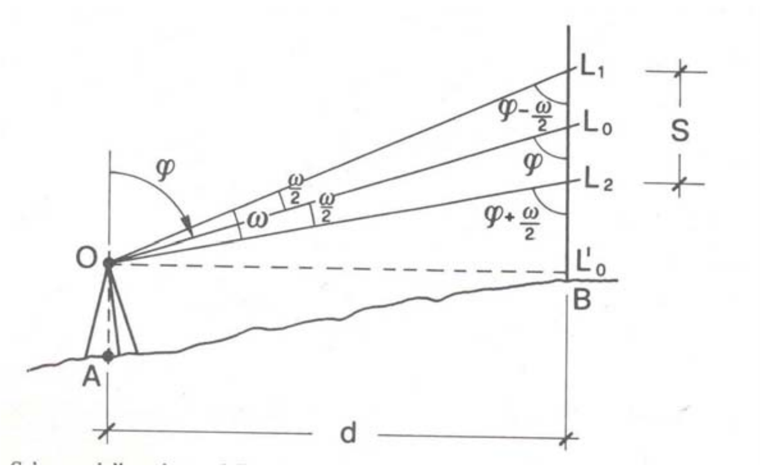
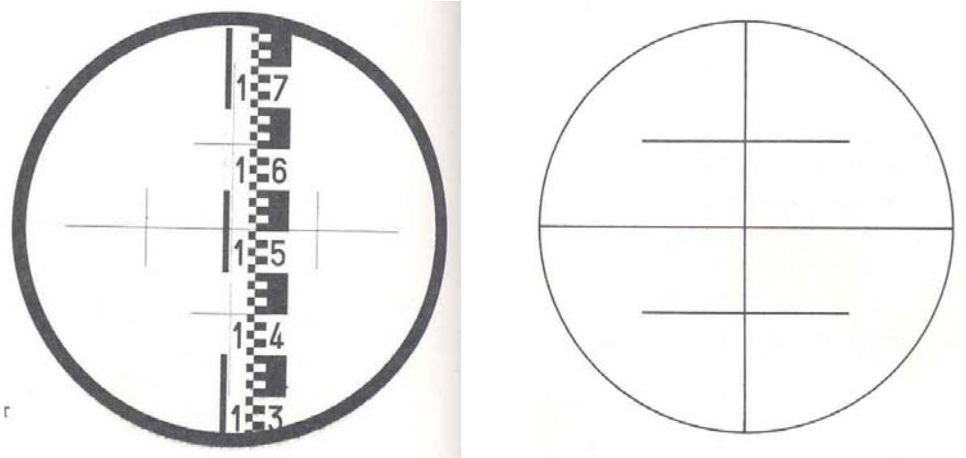
Università degli studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Corso di Topografia A – Nuovo Ordinamento

LA MISURA DELLA DISTANZA

Metodi di misura indiretta della distanza

Stadia verticale angolo parallattico costante





$$\boxed{d = K \cdot S \cdot \sin^2 \varphi}$$

Reticolo distanziometrico

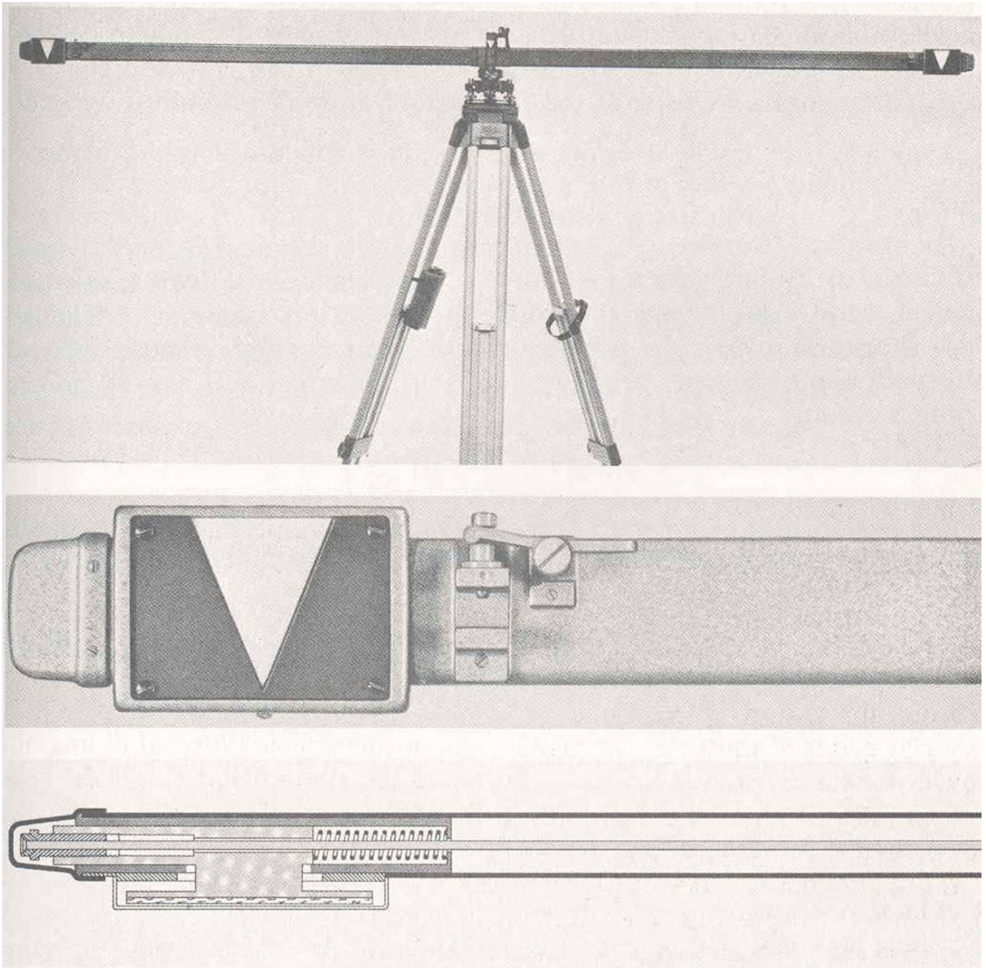
K = costante strumentale

S = intervallo di stadia = L1 - L2

φ = distanza zenitale

Metodi di misura indiretta della distanza

Misura con teodolite e stadia orizzontale

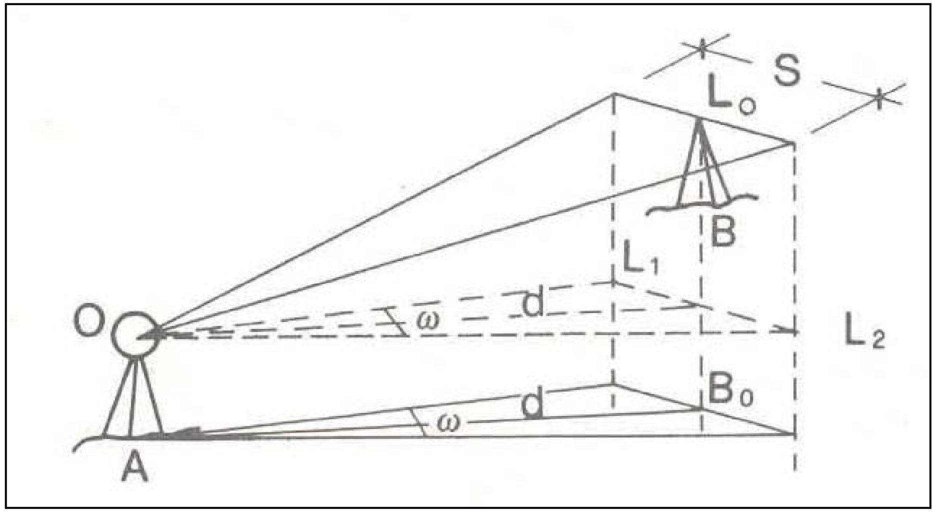


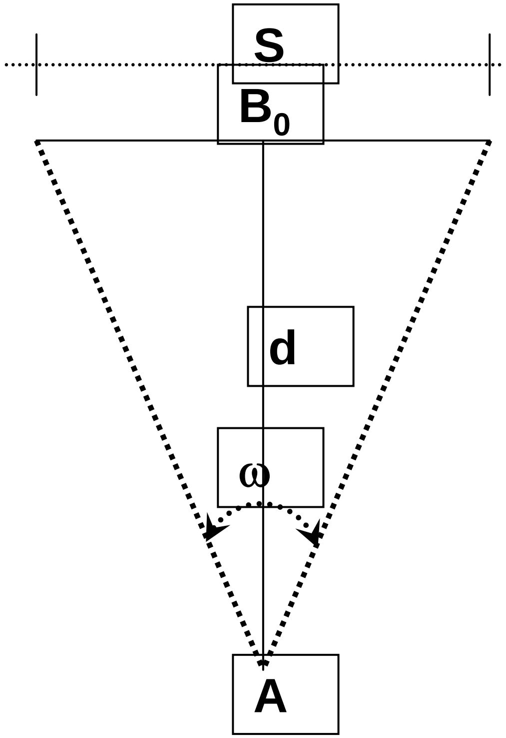
Tubolare in acciaio dotato di mire alle estremità mantenute a distanza costante di 2 m, da un filo in acciaio invar.

Le molle impediscono che le deformazioni del tubolare modifichino la distanza tra le mire .

Metodi di misura indiretta della distanza

Misura con teodolite e stadia orizzontale





$$d = \frac{S}{2} \cdot cotg \frac{\omega}{2}$$

L'angolo ω si misura con il teodolite

La distanza S è fissa

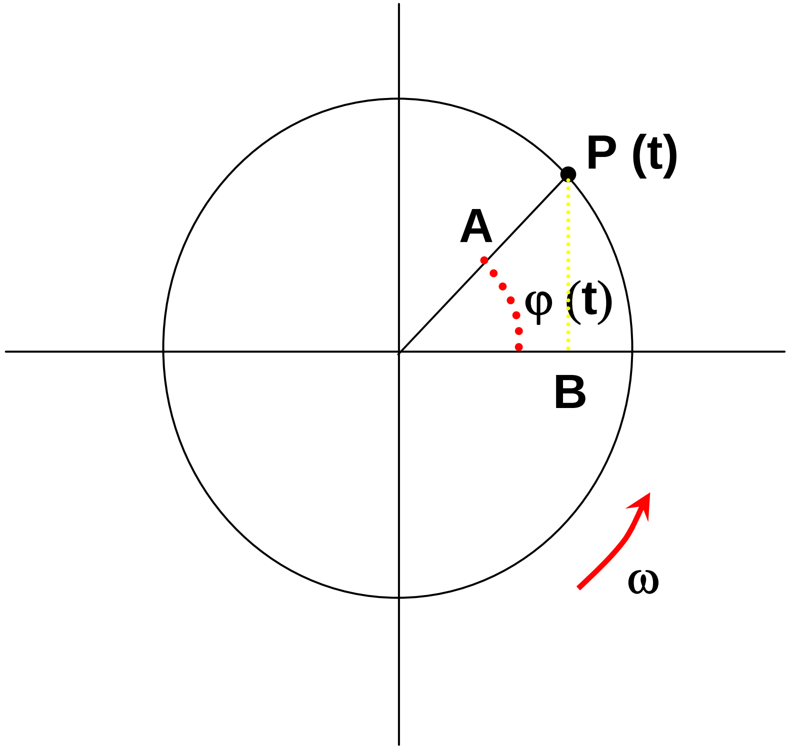
Metodi di misura indiretta della distanza

Misura con teodolite e stadia orizzontale

La precisione di questa tecnica di misura è esprimibile in funzione della distanza e della precisione di misura dell'angolo ω.

	Distanza [m]		
Precisione ω [cc]	20	50	100
$\pm 50^{cc}$	± 31mm	± 197mm	± 790mm
$\pm 10^{cc}$	± 6mm	± 39mm	± 157mm
$\pm 1^{cc}$	≅ 0	± 4mm	± 16mm

Grandezze fondamentali per descrivere il moto di un oscillatore



Il punto P si muove sulla circonferenza di raggio A con velocità angolare ω [rad/s] costante

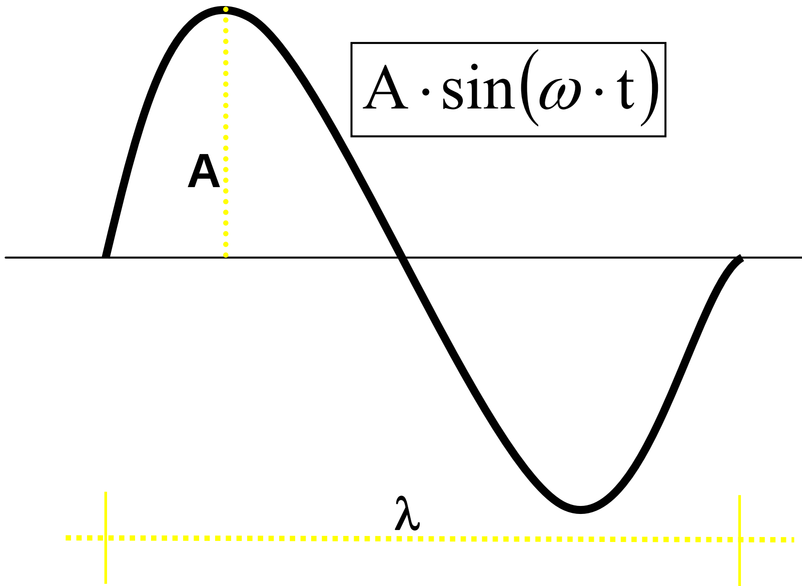
Ad un generico istante t possiamo scrivere che la fase

φ = ωt e calcolare la lunghezza del segmento PB:

$$\boxed{PB(t) = A \cdot \sin \varphi(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

Questa equazione descrive un moto sinusoidale

Grandezze fondamentali per descrivere il moto di un oscillatore



$$\boxed{A \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

Si definisce T (periodo) il tempo che il punto P impiega a compiere un giro completo quindi: $\boxed{\omega \cdot T = 2\pi}$

Si definisce frequenza: $\boxed{f = \frac{1}{T}}$ **[s^{-1}]**

La lunghezza d'onda λ è la distanza tra l'inizio e la fine del ciclo di oscillazione.

Se c è la velocità di propagazione dell'onda allora:

$$\boxed{c \cdot T = \lambda} \qquad \boxed{\lambda = \frac{c}{f}}$$

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Principio di funzionamento

Emettono una radiazione ottica sulla lunghezza d'onda dell'infrarosso vicino (λ = 0.78 μm)

Modulano la radiazione e la trasmettono verso un prisma retro riflettore

Ricevono una parte della radiazione emessa che ritorna dopo la riflessione del prisma

Misurano la differenza di fase $\Delta\varphi$ tra l'onda emessa e l'onda ricevuta

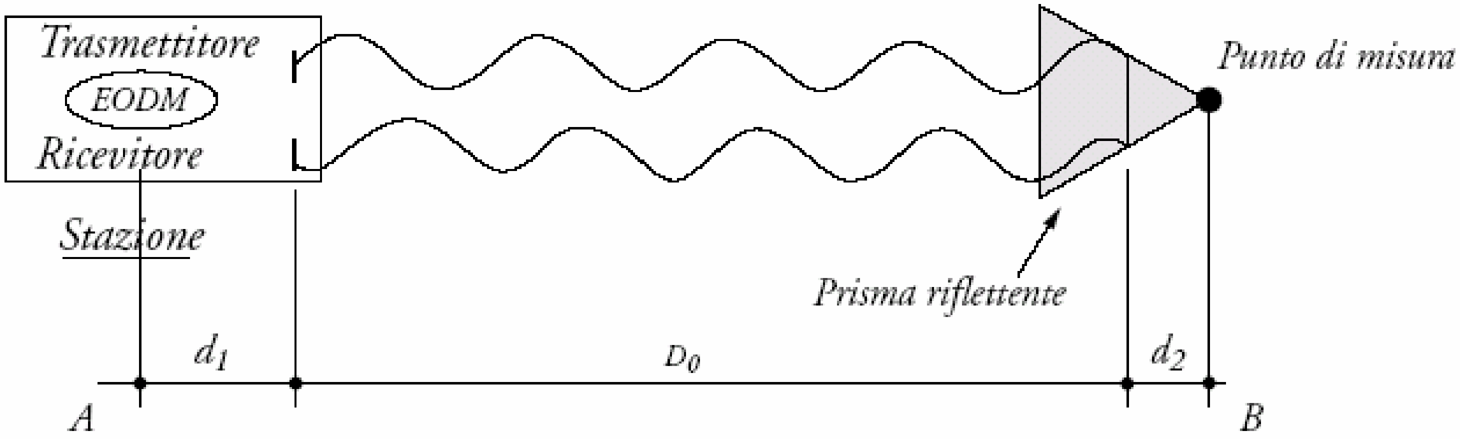
I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Gli EODM sono quindi dotati di un apparato trasmettitore e di uno ricevente

La distanza tra il centro dell’ EODM e il prisma retro riflettore è esprimibile in funzione della differenza di fase $\Delta\varphi$

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Il metodo della misura della fase

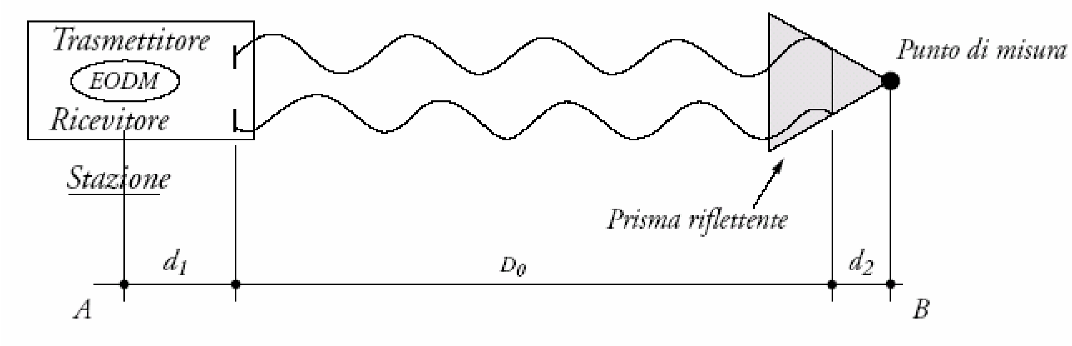


Da un oscillatore campione, viene trasmessa verso B un'onda infrarossa modulata che, riflessa dal prisma posto in B, torna al ricevitore.

Lo sfasamento tra le due onde $\Delta\varphi$ è funzione di D_0.

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Il metodo della misura della fase



$$\boxed{AB = d_1 + D_0 + d_2}$$

L'onda elettromagnetica emessa è modulata in intensità secondo la legge:

$$\boxed{I = I_0 \cdot \sin[\omega \cdot (t_0 + \Delta t)] = I_0 \cdot \sin(\varphi_0 + \Delta\varphi)}$$

Dove:

$\omega t_0 = \varphi_0$ = fase iniziale

$\Delta\varphi = \omega\Delta t$ = sfasamento

ω = impulso

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Il metodo della misura della fase

Ricordando che:

$$\boxed{\omega \cdot T = 2\pi}$$

$$\boxed{c \cdot T = \lambda}$$

Si ottiene:

$$\boxed{\frac{\lambda}{c} = \frac{2\pi}{\omega}}$$

E quindi:

$$\boxed{\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot c \cdot \Delta t}$$

$$\boxed{\Delta s = c \cdot \Delta t = \Delta\varphi \cdot \frac{\lambda}{2\pi}}$$

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Il metodo della misura della fase

Osservando che $\Delta s = 2D_0$ possiamo scrivere:

$$\boxed{2 \cdot D_0 = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \lambda}$$

E quindi:

$$\boxed{D_0 = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

Osservando inoltre che il fattore $\Delta\varphi/2\pi$ è un numero sempre compreso tra 0 e 1, la distanza è espressa come frazione di mezza lunghezza d'onda.

Ovviamente, tale formulazione è vera per distanze misurate inferiori a $\lambda/2$.

In generale possiamo invece scrivere:

$$\boxed{D_0 = n \cdot \frac{\lambda}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

Equazione fondamentale dei distanziometri

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Il metodo della misura della fase

n = numero intero chiamato ambiguità

In definitiva avremo che:

$$\boxed{AB = D = n \cdot \frac{\lambda}{2} + L + d_1 + d_2}$$

dove è stato posto:

$$\boxed{L = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

Per calcolare la distanza bisogna calcolare n con affidabilità e misurare $\Delta\varphi$ con precisione.

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Concetto di distanza limite e calcolo dell'ambiguità.

Supponiamo di lavorare con due lunghezze d'onda vicine tali per cui il valore dell'ambiguità n nella distanza misurata coincida.

Trascurando le due costanti strumentali d_1 e d_2, (determinate dai costruttori), possiamo scrivere:

$$\boxed{D = n \cdot \frac{\lambda_1}{2} + L_1 = n \cdot \frac{\lambda_2}{2} + L_2}$$

Da cui è immediato ricavare:

$$\boxed{n = \frac{2 \cdot (L_2 - L_1)}{\lambda_1 - \lambda_2}}$$

con:

$$\boxed{\lambda_1 > \lambda_2}$$

I Distanziometri elettro ottici (EODM) Concetto di distanza limite e calcolo dell'ambiguità.

Il valore dell'ambiguità n rimane uguale per le due lunghezze d'onda fino ad una determinata distanza chiamata distanza limite l'ambiguità non è più nota con certezza. Per tale distanza vale l'uguaglianza:

$$\boxed{D_{lim} = n^* \cdot \frac{\lambda_1}{2} = \left(n^* + 1\right) \cdot \frac{\lambda_2}{2}}$$

Da cui è immediato il calcolo di n*: $\boxed{n^* = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}}$

e della distanza limite: $\boxed{D_{lim} = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{2 \cdot \left(\lambda_1 - \lambda_2\right)}}$

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Metodo per decadi

Utilizza due lunghezze d'onda: la prima per determinare un valore grossolano della distanza e la seconda (100 volte più piccola) per effettuare la misura fine della distanza. Il valore dell'ambiguità n in questo caso è sempre nullo quindi: $\boxed{D_0 = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{2} = L \cdot \frac{\lambda}{2}}$

Esempio:

f_1 = 149,85 kHz **f_2 = 14,985 MHz**

Ricordando che: $\boxed{\lambda = \frac{c}{f}}$ **c = 300000 km/s**

Otteniamo: $\boxed{\lambda_1 = \frac{300 \cdot 10^6}{149,85 \cdot 10^3} \cong 2000\text{m}}$ $\boxed{\lambda_2 = \frac{300 \cdot 10^6}{14,985 \cdot 10^6} \cong 20\text{m}}$

I Distanziometri elettro ottici (EODM)
Metodo per decadi

La precisione nella determinazione della distanza strettamente dipendente dalla precisione con cui lo strumento riesce a misurare lo sfasamento $\Delta\varphi$ che ricordiamo essere contenuto nel fattore L.

Nel nostro esempio numerico poniamo:

$$\boxed{\sigma_L = 10^{-3} \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

Per λ_1 = 2000 m σ_{L1} = 1 m

Per λ_2 = 20 m σ_{L2} = 1 cm

La frequenza f_1 viene quindi utilizzata per una misura grossolana della distanza (precisione 1 m) mentre la frequenza f_2 determina la parte fine della misura con precisioni fino a 1 cm.

I Distanziometri elettro ottici (EODM)
Metodo per decadi

E' importante osservare che la distanza massima che può misurare il distanziometro che usa le frequenze dell'esempio è pari a $\lambda_1/2 = 1000$ m

I Distanziometri elettro ottici (EODM)

Metodo delle tre frequenze

Utilizza tre frequenze: due molto prossime tra di loro per una stima grossolana del valore della distanza, la terza di un ordine di grandezza più alta, per determinare con precisione la parte fine delle misura.

Esempio:

f_1 = 149,85 kHz **f_2 = 151,35 kHz** **f3 = 14,985 MHz**

Ricordando che: $\boxed{\lambda = \frac{c}{f}}$ **c = 300000 km/s**

Otteniamo:

$\boxed{\lambda_1 = \frac{300 \cdot 10^6}{149{,}85 \cdot 10^3} \cong 2000\text{m}}$ $\boxed{\lambda_2 = \frac{300 \cdot 10^6}{151{,}35 \cdot 10^3} \cong 1980\text{m}}$ $\boxed{\lambda_3 = \frac{300 \cdot 10^6}{14{,}985 \cdot 10^6} \cong 20\text{m}}$

I Distanziometri elettro ottici (EODM)
Metodo delle tre frequenze

Con le prime due frequenze possiamo determinare il valore della distanza limite:

$$\boxed{D_{\lim} = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{2 \cdot \left(\lambda_1 - \lambda_2\right)} = \frac{2000 \cdot 1980}{2 \cdot \left(2000 - 1980\right)} = 99000\,\text{m}}$$

Misurando gli sfasamenti e i relativi valori di L1 e L2, il distanziometro può rapidamente determinare il valore dell'ambiguità n

$$\boxed{n = \frac{2 \cdot (L_2 - L_1)}{\lambda_1 - \lambda_2}}$$

I Distanziometri elettro ottici (EODM)
Metodo delle tre frequenze

Assumiamo:

$$\boxed{\sigma_{\mathrm{L}} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

Si può dimostrare che:

$$\boxed{3 \cdot \sigma_{\mathrm{n}} = 3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \sigma_{\mathrm{L}} = \frac{6\sqrt{2}}{20} 0{,}5 = 0{,}21}$$

che rappresenta l'incertezza sul valore di n. Essendo uguale di poco superiore a 0,2 (limite prefissato per ritenere n numero intero) possiamo considerare n valore intero come calcolato dalla:

$$\boxed{\mathrm{n} = \frac{2 \cdot (\mathrm{L}_2 - \mathrm{L}_1)}{\lambda_1 - \lambda_2}}$$

I Distanziometri elettro ottici (EODM)
Metodo delle tre frequenze

Calcolato senza incertezza il valore dell'ambiguità n, possiamo ora determinare il valore grossolano della distanza utilizzando la λ_1 o la λ_2:

$$\boxed{D = n \cdot \frac{\lambda_1}{2} + L_1}$$

Questa distanza ha precisione dell'ordine di σ_L = 0,5 m

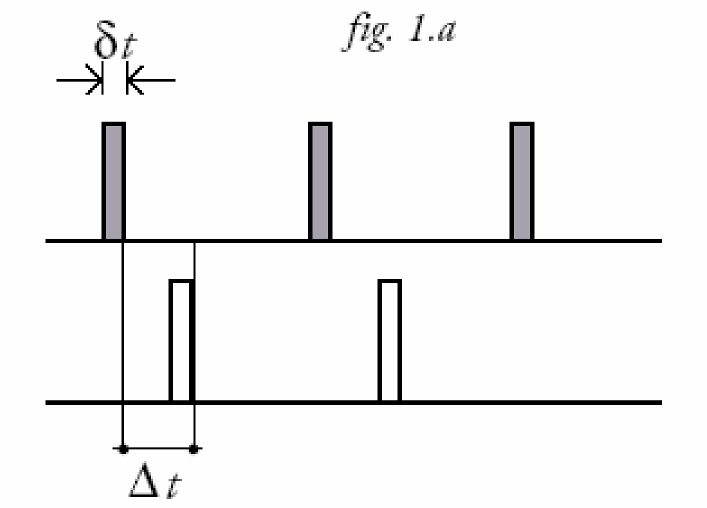
Utilizzando la terza frequenza, per la quale l'ambiguità n è considerata nulla, il distanziometro stima con elevata precisione, la frazione di distanza che manca mediante determinando L3:

$$\boxed{L_3 = \frac{\Delta\varphi_3}{2\pi} \cdot \frac{\lambda_3}{2}}$$

La precisione di L3 è stimabile in: σ_{L3} = 0,005 m

I Distanziometri a impulsi

La misura delle distanza è funzione del tempo trascorso di volo di un impulso che riflesso torna al distanziometro.



Questo metodo ha il grosso vantaggio di concentrare una grande quantità di potenza in un ristrettissimo intervallo di tempo δt, permette di superare grandi distanze (con l'uso del prisma) o piccole distanze senza l'uso del prisma.

I Distanziometri a impulsi

$$\boxed{D = c \cdot \frac{\Delta t}{2}}$$

Dove:

c = velocità di propagazione dell’impulso (circa 300000 km/s)

Δt = tempo di volo, impiegato dall’impulso per raggiungere il prisma o la superficie riflettente e tornare al distanziometro

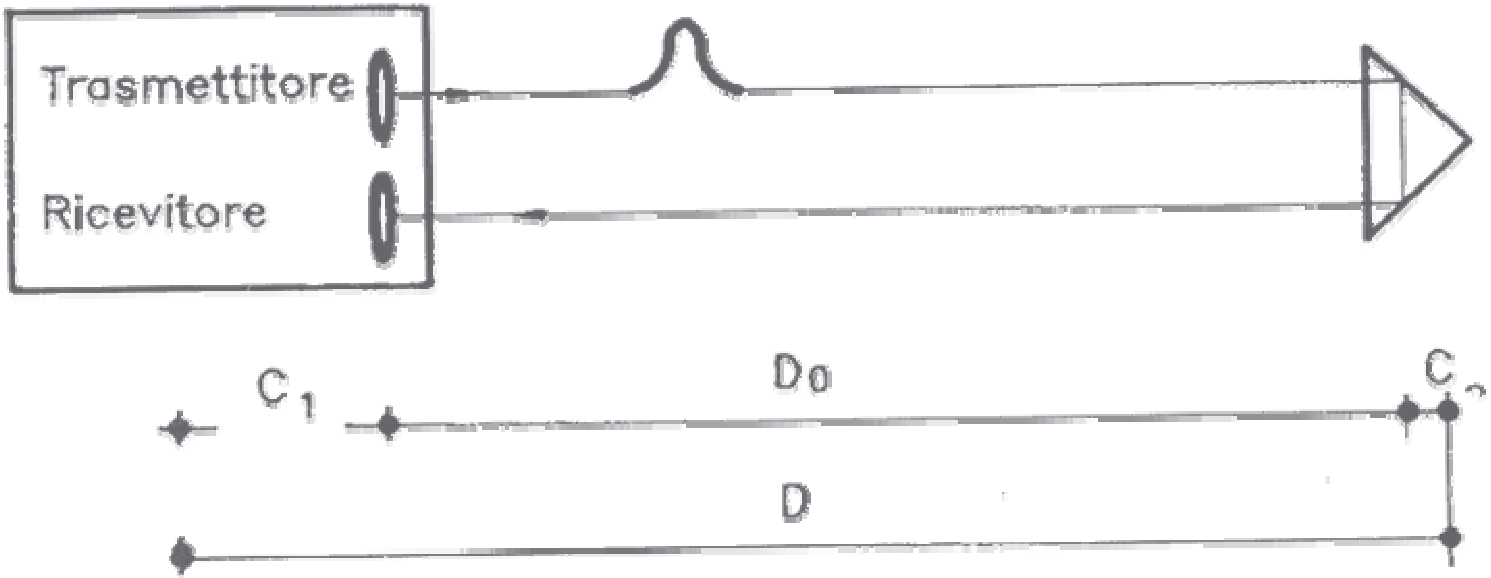
Alcune applicazioni:

1. **rilievo dei profili di gallerie;**
2. **determinazione dei punti di appoggio per applicazioni fotogrammetriche nei rilievi architettonici.**

I Distanziometri a impulsi

L'elevata velocità del segnale rende molto importante l'esatta misurazione del tempo di volo.

La distanza di 1 mm viene percorsa in andata e ritorno in 6,7 psec (1 psec=10e^{-12} sec)



La misura del tempo nei distanziometri

I Distanziometri

Confronto tra i metodi di misura

EODM

- Richiede almeno due frequenze per poter modulare il segnale e misurare la distanza senza ambiguità sul numero di cicli
- Precisione dipendente dalla risoluzione del dispositivo di misura della fase e dalla stabilità dell'oscillatore al quarzo.
- Convertitore A/D preciso a tra 3 e 5 mm

Impulsi

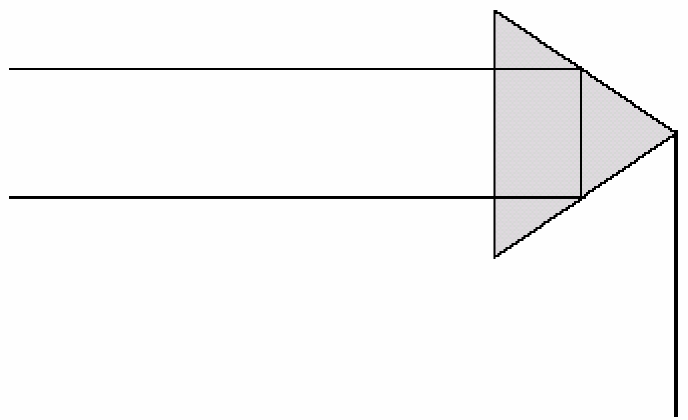
- Un solo impulso permette di determinare la distanza in modo univoco con precisione centimetrica in un msec
- Precisione dipendente dall'instabilità del quarzo
- Convertitore tempo-tensione a rampa preciso a 5 mm

- L'instabilità del quarzo influisce in entrambi i casi per 1-5 ppm

I Prismi retro riflettenti

Il prisma ridirige la maggior parte del segnale verso il distanziometro, parallelamente alla direzione di trasmissione.

Geometricamente si ottiene tagliando lo spigolo di un cubo di cristallo con un piano di taglio normale alla diagonale del cubo.



La superficie riflettente dell’onda elettromagnetica, è costituita da uno o più prismi. Nel caso di distanziometri a impulsi si possono utilizzare speciali catarifrangenti o segnali riflettenti o affidarsi alla capacità riflettiva delle superfici.

Le costanti d_1 e d_2

La costante d_1 è dovuta alla non conoscenza della fase dell'onda rispetto al centro del distanziometro. Essa riporta quindi la distanza misurata al centro dello strumento stesso.

Può risentire anche di una imperfetta conoscenza dei ritardi dei circuiti interni.

La costante d_2 è dovuta alla non conoscenza del punto di riflessione rispetto al sostegno del prisma

Entrambe le costanti sono determinate in laboratori specializzati su basi di taratura di varia lunghezza.